X	1	1	3	4
0	0	0	0	0
0	0	0	0	0
2	2	2	6	8

Donc la loi de probabilité de X est :

$X(\Omega) = \{0, 2, 6, 8\}$

$p(X=0) = \frac{8}{12}$, $p(X=2) = \frac{2}{12}$

$p(X=6) = \frac{1}{12}$, $p(X=8) = \frac{1}{12}$

2) Soit Y la variable aléatoire prenant pour valeur le nombre de fois où on obtient un produit supérieur à quatre .Y suit une loi binomiale de paramètre n = 3 et de $p = p(x>4) = p(X=6) + p(X=8) \Rightarrow p = \frac{1}{6}$

D'où :

a) $p(Y=2) = C_3^2.(\frac{1}{6})^2.(\frac{5}{6})^1 = \frac{5}{12}$

b) $p(Y=0) + p(Y=2) = C_3^0.(\frac{1}{6})^0.(\frac{5}{6})^3 + C_3^1.(\frac{1}{6})^1.(\frac{5}{6})^2$

$= \frac{125}{216} + \frac{75}{216} = \frac{25}{27}$

3) a) $p_1 = \frac{1}{3}$; $p_2 = \frac{2}{3} x \frac{1}{3} = \frac{2}{9}$

et $p_3 = \frac{2}{3} x \frac{2}{3} x \frac{1}{3} = \frac{4}{27}$

le (n – 1) premier tirage sont des jetons numérotes 0 et le n^{me} tirage est le jeton numéroté 2 donc :

$$\boxed{p_n = (\frac{2}{3})^{n-1}.\frac{1}{3}}$$

b) $S_n = \sum_{i=1}^{n} p_i = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{3}.(\frac{2}{3})^{i-1} = \frac{1}{3}\sum_{i=1}^{n} (\frac{2}{3})^{i-1}$

$= \frac{1}{3}.\frac{1-(\frac{2}{3})^n}{1-\frac{2}{3}} \Rightarrow S_n = 1-(\frac{2}{3})^n$

somme des n termes d'une suite géométrique

$$\lim_{n\to+\infty} S_n = \lim_{n\to+\infty} \left[1 - (\frac{2}{3})^n\right] = 1$$

Exercice 13

1) $p(A) = (\frac{3}{6} x \frac{1}{6}) x 2 + (\frac{3}{6} x \frac{2}{6}) x 2 + (\frac{1}{6} x \frac{2}{6}) x 2$

(-1,0) ou (-1,1) ou (0,1)

$= \frac{6+12+4}{36} \Rightarrow \boxed{p(A) = \frac{11}{18}}$

$p(B) = (\frac{3}{6} x \frac{2}{6}) x 2 + (\frac{1}{6})^2 \Rightarrow \boxed{p(B) = \frac{13}{36}}$

(-1,1) ou (0,0)

2) l'événement C est l'événement A sachant B :

$p(C) = p(A \mid B) = \frac{p(A \cap B)}{p(B)}$

• $A \cap B$ C'est l'événement obtenir une somme nulle ave deux numéros différents c'est-à-dire obtenir le couple (-1, 1)

$\Rightarrow p(A \cap B) = (\frac{3}{6} x \frac{2}{6}) x 2 = \frac{12}{36}$

Par suite :

$p(C) = \frac{\frac{12}{36}}{\frac{13}{36}} \Rightarrow \boxed{p(C) = \frac{12}{13}}$

3) Utilisant un tableau donnant tout les sommes possibles obtenus au cour de cette épreuve:

+	-1	-1	-1	0	1	1
-1	-2	-2	-2	-1	0	0
-1	-2	-2	-2	-1	0	0
-1	-2	-2	-2	-1	0	0
0	-1	-1	-1	0	1	1
1	0	0	0	1	2	2
1	0	0	0	1	2	2